



νόμος του Snell...

για την 1:  $\sin(\theta) = n_1 \sin(\theta_1)$  (1)

για την 2:  $\sin(\theta) = n_2 \sin(\theta_2)$  (2)

Ο δείκτης διάθλασης είναι:  $n_i \equiv \frac{c}{u_i}$  (3)

(1), (2), (3):  $\frac{u_2}{u_1} = \frac{\sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1)}$  (4)

Ο δρόμος που διανύει

η 1:  $\delta_1 = \frac{d}{\cos(\theta_1)}$

η 2:  $\delta_2 = \frac{d}{\cos(\theta_2)}$

Οι χρόνοι...:  $t_1 = \frac{\delta_1}{u_1} = \frac{d}{u_1 \cos(\theta_1)}$  και  $t_2 = \frac{\delta_2}{u_2} = \frac{d}{u_2 \cos(\theta_2)}$  (5)

Από τις (4) και (5):

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sin(2\theta_2)}{\sin(2\theta_1)} \quad (6)$$

Για γωνία πρόσπτωσης  $\theta \leq \frac{\pi}{4}$  έχουμε  $\theta_1, \theta_2 < \frac{\pi}{4}$  και άρα  $2\theta_1, 2\theta_2 < \frac{\pi}{2}$ , όμως ως γνωστόν η συνάρτηση  $\sin(x)$  είναι γνησίως μονότονη στο  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  (βλ. σχήμα στο τέλος), άρα αν

$\theta_2 > \theta_1$  όπως εδώ, τότε:  $\sin(2\theta_2) > \sin(2\theta_1)$  και συνεπώς  $\frac{\sin(2\theta_2)}{\sin(2\theta_1)} > 1$  (7).

Τέλος από (6) και (7), έχουμε ότι  $t_1 > t_2$  πάντα για γωνία πρόσπτωσης  $\theta \leq \frac{\pi}{4}$ .

