ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΙΟΥΛΙΟΥ 2004

ΘΕΜΑ 1^o

Α. Θεωρία
Β. Θεωρία
Γ. α. ΣΩΣΤΟ, **β.** ΛΑΘΟΣ , **γ.** ΣΩΣΤΟ, **δ.** ΛΑΘΟΣ , **ε.** ΛΑΘΟΣ , **στ.** ΣΩΣΤΟ.

ΘΕΜΑ 2^o

α. $f'(x) = \left(\dfrac{x+2}{e^x}\right)' = \dfrac{(x+2)'\cdot e^x - (x+2)\cdot(e^x)'}{(e^x)^2} = \dfrac{e^x - (x+2)\cdot e^x}{(e^x)^2} = \dfrac{-x-1}{e^x}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{-x-1}{e^x} = 0 \Leftrightarrow -x-1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

Η f είναι γν. αύξουσα στο $(-\infty, -1]$ και γν. φθίνουσα στο $[-1, +\infty)$.
τ. μέγιστο $f(-1) = e$

β. $f(x) + f'(x) = \dfrac{x+2}{e^x} + \dfrac{-x-1}{e^x} = \dfrac{x+2-x-1}{e^x} = \dfrac{1}{e^x}$

γ. $x_0 = 0$, $y_0 = f(x_0) = f(0) = 2$ και $\lambda = f'(x_0) = f'(0) = -1$

$(\varepsilon): y - y_0 = \lambda(x - x_0) \Leftrightarrow y - 2 = -1(x-0) \Leftrightarrow y = -x + 2$.

ΘΕΜΑ 3^o

α. $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{25} t_i}{25} \Leftrightarrow 14 = \dfrac{\sum_{i=1}^{25} t_i}{25} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{25} t_i = 350$

$\bar{x}_1 = \dfrac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{10} \Leftrightarrow 11 = \dfrac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{10} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{10} t_i = 110$

$\bar{x}_2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{25} t_i - \sum_{i=1}^{10} t_i}{15} = \dfrac{350-110}{15} = \dfrac{240}{15} = 16$

β. $s^2 = \dfrac{1}{25}\left[\sum_{i=1}^{25} t_i^2 - \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{25} t_i\right)^2}{25}\right] = \dfrac{\sum_{i=1}^{25} t_i^2}{25} - \bar{x}^2 = \dfrac{5000}{25} - 14^2 = 200 - 196 = 4$

$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$ και $CV = \dfrac{s}{\bar{x}} = \dfrac{2}{14} = 0{,}1429$ ή $14{,}29\%$

ΘΕΜΑ 4ο

α. Έστω ότι $P(1) = P(3) = P(5) = 2P(2) = 4P(4) = 2P(6) = 4κ$.
Άρα $P(1) = P(3) = P(5) = 4κ$, $P(2) = P(6) = 2κ$ και $P(4) = κ$.
Ισχύει $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Leftrightarrow$
$4κ + 2κ + 4κ + κ + 4κ + 2κ = 1 \Leftrightarrow 17κ = 1 \Leftrightarrow κ = \frac{1}{17}$
Επομένως $P(1) = P(3) = P(5) = \frac{4}{17}$, $P(2) = P(6) = \frac{2}{17}$ και $P(4) = \frac{1}{17}$

β. $A = \{2 , 4 , 6\}$ και $B = \{1 , 3 , 5\} = A'$
$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{2}{17} + \frac{1}{17} + \frac{2}{17} = \frac{5}{17}$
$P(B) = P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{17} = \frac{12}{17}$

γ. $f'(x) = x^2 -2κx + 4$.
Για να είναι η f γνησίως αύξουσα στο IR, πρέπει $f'(x) \geq 0$, για κάθε $x \in$ IR.
Άρα πρέπει το τριώνυμο να έχει $Δ \leq 0 \Leftrightarrow$
$(-2κ)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \leq 0 \Leftrightarrow 4κ^2 - 16 \leq 0 \Leftrightarrow κ^2 - 4 \leq 0$

κ	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$κ^2 - 4$		+	0	-	0	+	

άρα $-2 \leq κ \leq 2$ και επειδή $κ \in Ω$, θα είναι $κ = 1$ ή $κ = 2$.
$Γ = \{1 , 2\}$ και $P(Γ) = P(1) + P(2) = \frac{4}{17} + \frac{2}{17} = \frac{6}{17}$