ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ 2009 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α. Αν Α, Β είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, να δείξετε ότι:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$$

Μονάδες 9

Β. α. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 3

β. Τι ονομάζεται δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης;

Μονάδες 3

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν σαν Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

- ❑ Για κάθε x>0 ισχύει $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{\sqrt{x}}{2x}$.
- ❑ Όταν ένα δείγμα τιμών ακολουθεί την ασύμμετρη κατανομή με θετική ασυμμετρία τότε ισχύει $\delta > \bar{x}$.
- ❑ Η μέση τιμή που βρίσκουμε σε ομαδοποιημένα δεδομένα είναι πάντα ίδια με αυτήν που είχαμε πριν από την ομαδοποίηση.
- ❑ Μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της λέγεται γνησίως φθίνουσα όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1<x_2$ ισχύει $f(x_1)>f(x_2)$.
- ❑ Έστω Α, Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Αν $P(A)\le P(B)$ τότε κατ' ανάγκη ισχύει $A\subseteq B$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Την 29η Μαρτίου στις 4 π.μ. οι θερμοκρασίες 20 πόλεων σε βαθμούς Κελσίου, ομαδοποιήθηκαν σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους και δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις σε βαθμούς °C	ν_i
[0 – 2)	
[2 – 4)	
[4 – 6)	
[6 – 8)	

α. Να βρεθεί η μέση θερμοκρασία των πόλεων σε βαθμούς °C.

Μονάδες 6

β. Να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % και να εκτιμηθεί η διάμεσος της θερμοκρασίας.

Μονάδες 7

γ. Να υπολογίσετε την διακύμανση και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

δ. Να βρεθεί το ποσοστό των πόλεων με θερμοκρασία από 3 έως και 7 βαθμούς ^oC.

Μονάδες 6

Δίνεται: $s^2=\frac{1}{\nu}\left[\sum_{i=1}^{\kappa}\nu_i x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{\kappa}\nu_i x_i\right)^2}{\nu}\right]$.

ΘΕΜΑ Γ

Έστω ο δειγματικός χώρος Ω με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα όπου Ω={1,2,3,...,25} και η συνάρτηση $f(x)=x^2-\kappa x+9$, $\kappa\in\Omega$ για κάθε $x\in\mathbf{R}$. Επιλέγουμε τα παρακάτω ενδεχόμενα:
$A=\{\kappa\in\Omega/$ κ πολλαπλάσιο του 3$\}$
$B=\{\kappa\in\Omega/$ η f δεν έχει πραγματικές ρίζες$\}$
$\Gamma=\left\{\kappa\in\Omega/\ \lim_{x\to\kappa}\frac{x^2-\kappa x}{\sqrt{x}-\sqrt{\kappa}}\le 16\sqrt{\kappa}\right\}$.

α. Να βρεθούν τα ενδεχόμενα Α, Β, Γ.

Μονάδες 6

β. Να βρεθούν οι πιθανότητες Ρ(Α) και Ρ(Γ).

Μονάδες 6

γ. Να δείξετε ότι $P(B)=\frac{1}{5}$ και $P(A\cap B)=\frac{1}{25}$

Μονάδες 6

δ. Να υπολογίστούν οι πιθανότητες $P(A\cup B)$, $P(A\cup B')$, $P(B-A')$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω που αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και η συνάρτηση $f(x)=\frac{P(A\cup B)}{2[P(A)+P(B)]}x^2+\frac{P(A-B)}{P(A)+P(B)}$, $x\in\mathbf{R}$ για την οποία είναι γνωστό ότι η εφαπτομένη της γραφικής της παράστασης στο σημείο Κ(1,f(1)) είναι παράλληλη στην ευθεία y=x+2.

α. Να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα Α και Β είναι ασυμβίβαστα.

Μονάδες 7

β. Αν $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$ και η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $\Lambda\left(0,\frac{1}{3}\right)$ να υπολογιστούν οι πιθανότητες Ρ(Α) και Ρ(Β).

Μονάδες 6

γ. Αν $P(A)=\frac{1}{2}$ και $P(B)=\frac{1}{4}$ να υπολογίσετε τα ακρότατα της συνάρτησης g(x)=6f(x)-12x+2019.

Μονάδες 6

δ. Αν ε η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $K(1,f(1))$ και $M_1(x_1,y_1)$, $M_2(x_2,y_2)$,..., $M_{10}(x_{10},y_{10})$ 10 σημεία της ε που οι τετμημένες $x_1,x_2,...,x_{10}$ έχουν μέση τιμή $-\frac{59}{6}$ και τυπική απόκλιση $s_x=2$ να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής των τεταγμένων τους.

Μονάδες 6