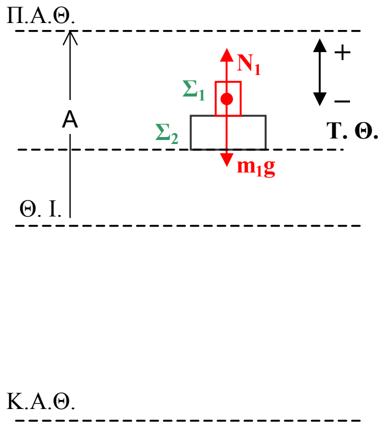
Χάσιμο επαφής και άλλα .....δαιμόνια!



Τα m_1 και m_2 εκτελούν **<u>μαζί</u>** Α.Α.Τ. γύρω από τη Θ.Ι.

με $\mathbf{D=(m_1+m_2)\cdot\omega^2 \Rightarrow \ \omega=\sqrt{\frac{D}{m_1+m_2}}=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}}$ **(D=k** αν η m_2 είναι δεμένη σε ελατήριο).

Άρα το καθένα από αυτά εκτελεί Α.Α.Τ με το ίδιο ω (δηλαδή με την ίδια συχνότητα f και την ίδια περίοδο T) και:

για το m_1: $\mathbf{D_1=m_1\cdot\omega^2}$ ενώ για το m_2: $\mathbf{D_2=m_2\cdot\omega^2}$

(Παρατηρείστε ότι: $\mathbf{D=(m_1+m_2)\cdot\omega^2=m_1\cdot\omega^2+m_2\cdot\omega^2=D_1+D_2}$)

<u>Χάσιμο επαφής</u> σημαίνει ότι το σώμα Σ_1 **<u>δεν</u>** ακουμπάει στο σώμα Σ_2. Άρα αφού δεν το ακουμπάει, δεν δέχεται καμία δύναμη από αυτό, δηλαδή $\mathbf{N_1=0}$. Με αυτή τη λογική <u>δεν χάνει επαφή</u> όταν $\boxed{\mathbf{N_1\geq 0}}$. (το ίσον με το μηδέν εκφράζει τη συνθήκη του "μόλις χάνει επαφή " ή "μόλις που δε χάνει επαφή" που μπορεί να δείτε σε ασκήσεις – οριακή συνθήκη).

Στην Α.Α.Τ όταν θέλετε να αποδείξετε κάτι (για παράδειγμα ότι ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. ή εδώ στην περίπτωσή μας την εξίσωση της N_1) να δουλεύετε σε μία τυχαία θέση (Τ.Θ.) για να δείξετε καθολικότητα. <u>Να προτιμάτε την τυχαία αυτη θέση να την παίρνετε σε x>0, δηλαδή στα θετικά</u>, όπως στο σχήμα.

Στην Τ.Θ. λοιπόν η συνθήκη της α.α.τ. για το Σ_1 γράφεται ως εξής (ακολουθώντας τις φορές του σχήματος):

$$\mathbf{\Sigma F=F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}=-D_1\cdot x\Rightarrow N_1-m_1g=-m_1\omega^2\cdot x\Rightarrow N_1=m_1g-m_1\omega^2\cdot x\Rightarrow \boxed{N_1=m_1(g-\omega^2x)}}\ (1)$$

Για να μην χάνει επαφή είπαμε ότι: $\mathbf{\boxed{N_1\geq 0}\Rightarrow\ m_1(g-\omega^2x)\geq 0\Rightarrow\ g-\omega^2x\geq 0\Rightarrow \boxed{g\geq\omega^2x}}$ (2)

➡ Τώρα οι ερωτήσεις στην άσκηση που θα έχετε μπορείνα είναι οι εξής:

α) Σε ποια θέση χάνει επαφή το Σ_1 για το δεδομένο ω=....;

Λύνουμε την (2) ως προς x: $\mathbf{(1)\Rightarrow\frac{g}{\omega^2}\geq x\xrightarrow{\text{οριακά}}\boxed{x=\frac{g}{\omega^2}}}>0$ (3)

β) Με τι max πλάτος Α πρέπει να ταλαντώνονται για να μην χάνεται η επαφή για το δεδομένο ω=....;

Λύνουμε πάλι την (2) ως προς x: $\mathbf{(1)\Rightarrow\frac{g}{\omega^2}\geq x\xrightarrow{\text{οριακά}}x_{max}=\frac{g}{\omega^2}\Rightarrow\boxed{A_{max}=\frac{g}{\omega^2}}}$ (4)

γ) Με τι max ω πρέπει να ταλαντώνονται για να μην χάνεται η επαφή για δεδομένο Α=...;

Λύνουμε την (2) ως προς ω: $\mathbf{(1)\Rightarrow\frac{g}{x}\geq\omega^2\Rightarrow\omega\leq\sqrt{\frac{g}{x}}\xrightarrow{max}\boxed{\omega_{max}=\sqrt{\frac{g}{A}}}}$ (5)

(βάλαμε χ=Α ,διότι άν δεν χάσει επαφή στην ακραία θέση δεν θα χάσει πουθενά)

➡ Τώρα μπορεί να πει κάποιος ότι μελετήσαμε μόνο την περίπτωση να είναι το σώμα πάνω από τη θέση ισορροπίας. Τι γίνεται στην περίπτωση που το x<0;

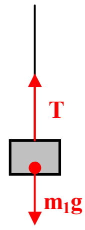
1ον: Η αλήθεια είναι ότι πήραμε μια τυχαία θέση με το χ υποθετικά θετικό και όντως στο τέλος βγήκε από μόνο του x>0. [δες την (3)]

2ον: Εξάλλου αν ήταν χ<0 θα ισχύουν τα εξής : $\mathbf{x<0\Rightarrow x=-|x|}$ και

$$\mathbf{N_1=m_1(g-\omega^2x)\Rightarrow\boxed{N_1=m_1(g+\omega^2|x|)>0}}\ (6)$$ **ΘΕΤΙΚΗ ΠΑΝΤΑ**

(Δηλαδή αποκλείεται να χάσει επαφή κάτω από τη θέση ισορροπίας.)

- Παρόμοια φιλοσοφία έχουν και οι ασκήσεις με σώμα κρεμασμένο σε νήμα. Εκεί ζητείται να μην χαλαρώνει το νήμα. Τα νήματα, ως γνωστόν, τραβάνε. Ένα νήμα χαλαρώνει, όταν η τάσις του γίνεται T=0, ή αλλιώς δεν χαλαρώνει για T>0. (δηλαδή στα προηγούμενα όπου N βάζετε την T)



- Ενδιαφέρον έχουν και οι ασκήσεις οι οποίες ζητούν την ταχύτητα του Σ_1 την ώρα που χάνεται η επαφή, π.χ. στη θέση x. Η στιγμή είναι η τελευταία της κοινής ταλάντωσης των m_1 και m_2, άρα εκείνη τη χρονική στιγμή έχουν την ίδια ταχύτητα.

Σε Τ.Θ. στην Α.Α.Τ. όταν δεν "παίζει" ο χρόνος στην άσκηση (δηλαδή ούτε δίνεται ο t, ούτε ζητείται) εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε$_{ΤΑΛ}$ (αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης). Εδώ μπορούμε να εφαρμόσουμε Α.Δ.Ε$_{ΤΑΛ}$:

α) Για την ταλάντωση του συστήματος m_1 και m_2 :

$$\mathbf{E_{ΤΑΛ} = U_{ΤΑΛ} + K_{ΟΛ} \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dx^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 \Rightarrow}$$

$$\mathbf{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\omega^2 x^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 \Rightarrow \omega^2 A^2 = \omega^2 x^2 + \upsilon^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \Rightarrow}$$

$$\mathbf{\upsilon = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \xrightarrow[\text{επαφή στην άνοδο}]{\text{το σώμα χάνει}} \Rightarrow \upsilon = \omega\sqrt{A^2 - x^2}}$$ ή απλώς το μέτρο της ταχύτητας: $\boxed{\mathbf{|\upsilon| = \sqrt{A^2 - x^2}}}$ (7)

β) Για την ταλάντωση του m_1 :

$$\mathbf{E_{ΤΑΛ,1} = U_{ΤΑΛ,1} + K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}D_1A^2 = \frac{1}{2}D_1x^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 \Rightarrow \omega^2 A^2 = \omega^2 x^2 + \upsilon^2 \Rightarrow \ldots} (7)$$

γ) Για την ταλάντωση του m_2 :

$$\mathbf{E_{ΤΑΛ,2} = U_{ΤΑΛ,2} + K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}D_2A^2 = \frac{1}{2}D_2x^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 \Rightarrow \omega^2 A^2 = \omega^2 x^2 + \upsilon^2 \Rightarrow \ldots} (7)$$