

# Φυσική θετικής - τεχνολογικής κατεύθυνσης



**F  
R  
E  
E**

magazine

## Φυσική Θετικής – Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

Στην ενότητα αυτή θα βρείτε ένα δυναμικό εργαλείο που καθοδηγεί στον τρόπο αντιμετώπισης των κυριότερων θεμάτων των Πανελλαδικών εξετάσεων και όχι ένα απλό τυπολόγιο.

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

#### ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

##### ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

$T = \frac{t}{N}$ $f = \frac{N}{t}$	Περίοδος T και συχνότητα f περιοδικού φαινομένου που επαναλαμβάνεται N φορές σε χρόνο t
$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	Σχέση γωνιακής συχνότητας, συχνότητας και περιόδου
$x = A \eta\mu(\omega t + \phi_o)$	Χρονική εξίσωση απομάκρυνσης
$v = v_{\max} \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_o) = v_{\max} \eta\mu(\omega t + \phi_o + \frac{\pi}{2}), v_{\max} = \omega A$	Χρονική εξίσωση ταχύτητας
$a = -a_{\max} \eta\mu(\omega t + \phi_o) = a_{\max} \eta\mu(\omega t + \phi_o + \pi), a_{\max} = \omega^2 A$	Χρονική εξίσωση επιτάχυνσης
$a = -\omega^2 x$	Σχέση επιτάχυνσης και απομάκρυνσης
$\phi = \omega t + \phi_o, \frac{d\phi}{dt} = \omega$ $0 \leq \phi_o < 2\pi \text{ ή } -\pi \leq \phi_o \leq \pi$	Φάση ταλάντωσης φ και περιορισμός αρχικής φάσης φ <sub>ο</sub>
$F_{\varepsilon\pi} = \Sigma F = -Dx, D = m\omega^2$	Δύναμη επαναφοράς και σταθερά επαναφοράς
$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$	Περίοδος ελεύθερης αμείωτης ταλάντωσης που είναι ανεξάρτητη του πλάτους
$E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 u_{\max}^2$	Ενέργεια ταλάντωσης η οποία εξαρτάται από το πλάτος

$U = \frac{1}{2} Dx^2 = E\eta\mu^2(\omega t + \phi_o)$	Δυναμική ενέργεια ταλάντωσης
$K = \frac{1}{2} m v^2 = E\sigma v^2(\omega t + \phi_o)$	Κινητική ενέργεια ταλάντωσης
$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} Dx^2$ $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} Dx_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} Dx_2^2$	Αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ

$\Delta\phi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}\Delta t$  $\phi_v - \phi_x = \frac{\pi}{2}, \phi_a - \phi_v = \frac{\pi}{2}, \phi_a - \phi_x = \pi$	Σχέση διαφοράς φάσης και χρονικής διαφοράς δύο μεγεθών
$\frac{dK}{dt} = F_{\varepsilon\pi} \cdot v$	Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας
$\frac{dU}{dt} = -\frac{dK}{dt}$ αφού $K+U=\text{σταθ.}$	Ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας
$\frac{dP}{dt} = F_{\varepsilon\pi}$	Ρυθμός μεταβολής της ορμής
$\Delta\vec{P} = \vec{P}_{\text{τελ}} - \vec{P}_{\text{αρχ}}$	Μεταβολή ορμής
$\vec{P}_{\text{ολ. αμέσως πριν}} = \vec{P}_{\text{ολ. αμέσως μετά}}$	Αρχή διατήρησης της ορμής στις κρούσεις
$W_{F\varepsilon\lambda} = U_{\varepsilon\lambda.\text{αρχ}} - U_{\varepsilon\lambda.\text{τελ}} = \frac{1}{2} K\Delta l^2_{\text{αρχ}} - \frac{1}{2} K\Delta l^2_{\text{τελ}}$	Έργο δύναμης ελατηρίου
$dW = F \cdot dS \cdot \sigma \nu \nu \phi$  $\frac{dW}{dt} = F \cdot v \cdot \sigma \nu \nu \phi$  $\phi$ : γωνία των $\vec{v}, \vec{F}$	Έργο δύναμης (ορισμός)   Ισχύς δύναμης(ορισμός)
$v = gt$  $h = \frac{1}{2} gt^2$	Εξισώσεις ελεύθερης πτώσης

## ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

$q = CV_c$ $C = \epsilon_o \epsilon \frac{S}{l}$ $U_E = \frac{1}{2} CV_c^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qV_c$	<p>Φορτίο πυκνωτή</p> <p>Χωρητικότητα πυκνωτή</p> <p>Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου πυκνωτή</p>
$L = \mu\mu_o \frac{N^2}{l} S$ $U_B = \frac{1}{2} Li^2$ $ E_{AYT}  = L \cdot \frac{di}{dt}$	<p>Συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου</p> <p>Ενέργεια μαγνητικού πεδίου πηνίου</p> <p>Ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή στο πηνίο</p>
$q = Q \eta \mu(\omega t + \phi_o)$ $i = I \sigma \nu(\omega t + \phi_o)$ με $I = \omega Q$	Χρονικές εξισώσεις φορτίου πυκνωτή και ρεύματος, κυκλώματος LC με $R = 0$
$\phi_i - \phi_q = \frac{\pi}{2}$	Διαφορά φάσης ρεύματος και φορτίου
$q = Q \sigma \nu \omega t$ $i = -I \eta \mu \omega t$ με $I = \omega Q$	<p>Ισχύουν αν τη στιγμή <math>t=0</math> είναι <math>q=Q</math> και <math>i=0</math></p> <p>Η <math>q(t)</math> δίνει το φορτίο του οπλισμού που τη στιγμή <math>t=0</math> είχε φορτίο <math>+Q</math>.</p>
$q = Q \eta \mu \omega t$ $i = I \sigma \nu \omega t$ με $I = \omega Q$	Ισχύουν αν τη στιγμή $t=0$ είναι $q=0$ , $i=I$
$T = 2\pi\sqrt{LC}$	Περίοδος ελεύθερης αμείωτης ηλεκτρικής ταλάντωσης
$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} LI^2$	Ολική ενέργεια κυκλώματος LC
$U_E = E \cdot \sigma \nu \omega t$ $U_B = E \cdot \eta \mu^2 \omega t$	Χρονικές εξισώσεις ενέργειας ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου αν τη στιγμή $t=0$ είναι $q=Q$ και $i=0$ .
$E = U_E + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$ $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} + \frac{1}{2} Li_1^2 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} + \frac{1}{2} Li_2^2$	Αρχή διατήρησης της ενέργειας σε κύκλωμα LC.

$V_C = V_L$	Κάθε στιγμή η τάση στον πυκνωτή είναι ίση με την τάση στο πηνίο
$\frac{dU_E}{dt} = V_c \cdot i$  $\frac{dU_B}{dt} = -\frac{dU_E}{dt}$ αφού $U_E + U_B = \sigma\tau\alpha\theta.$	Ρυθμός μεταβολής ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου  Ρυθμός μεταβολής ενέργειας μαγνητικού πεδίου.
$\frac{dq}{dt} = i$	Ρυθμός μεταβολής φορτίου του πυκνωτή
$\frac{dV_c}{dt} = \frac{i}{C}$	Ρυθμός μεταβολής της τάσης στον πυκνωτή
$\frac{di}{dt} = -\frac{q}{LC}$	Ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος

### ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

$F' = -b \cdot v$	Δύναμη αντίστασης στην κίνηση.
$A = A_o \cdot e^{-\Lambda t}$	Εκθετική μείωση του πλάτους
$\frac{A_o}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \sigma\tau\alpha\theta.$  προκύπτει από την $A = A_o \cdot e^{-\Lambda t}$  με $t=0, T, 2T, 3T, \dots$ , όπου $T$ η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης	Λόγος διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση.
$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2} D A_o^2 - \frac{1}{2} D A_N^2$	Απώλεια ενέργειας μεταξύ των στιγμών $t=0$ και $t=NT$ με $N=1, 2, 3, \dots$
$\frac{dW_{\alpha\pi\omega\lambda}}{dt} =  F'  \cdot v = b v^2$	Ρυθμός απώλειας της ενέργειας
$Q = Q_o \cdot e^{-\Lambda t}$  $\frac{Q_o}{Q_1} = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q_2}{Q_3} = \dots = \sigma\tau\alpha\theta. \quad t=0, T, 2T, \dots$	Εκθετική μείωση του πλάτους του φορτίου του πυκνωτή.

## ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

$f_{\text{ταλ/τη}} = f_{\text{διεγ}}$	Ο διεγέρτης επιβάλλει στον ταλαντωτή την συχνότητά του. Το πλάτος του ταλαντωτή εξαρτάται από την συχνότητα του διεγέρτη και είναι σταθερό για ορισμένη συχνότητα του διεγέρτη.
$f_o$	Είναι η συχνότητα μιας ελεύθερης ταλάντωσης που ονομάζεται ιδιοσυχνότητα
$f_{\text{διεγ}} = f_o$	Συντονισμός (μεγιστοποίηση πλάτους).
$f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$	Ιδιοσυχνότητα ελεύθερης αμείωτης μηχανικής ταλάντωσης. Προσεγγιστικά έχουμε συντονισμό όταν $f_{\text{διεγ}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$
$\frac{dW}{dt} =  F' v = bv^2$	Ρυθμός με τον οποίο απορροφά ενέργεια ο ταλαντωτής από τον διεγέρτη
$\frac{dW'}{dt} = F_{\varepsilon\xi} v$	Ρυθμός προσφοράς ενέργειας του διεγέρτη. Οι παραπάνω ρυθμοί γίνονται ίσοι στον συντονισμό.
$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	Ιδιοσυχνότητα ελεύθερης αμείωτης ηλεκτρικής ταλάντωσης (κύκλωμα LC).
$f_{\text{διεγ}} = f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	Συντονισμός κυκλώματος RLC για οποιαδήποτε R.

## ΣΥΝΘΕΣΗ ΑΠΛΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

$x_1 = A_1 \eta \mu \phi_1$ $x_2 = A_2 \eta \mu \phi_2$ $\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1$	<p>Δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας, ίδιας διεύθυνσης, ίδιας θέσης, ισορροπίας και διαφοράς φάσης <math>\Delta \phi</math></p>
$x_{o\lambda} = x_1 + x_2 \Rightarrow x_{o\lambda} = A_{o\lambda} \eta \mu (\phi_1 + \theta)$ $A_{o\lambda} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \sigma \upsilon \nu \Delta \phi}$ $\epsilon \phi \theta = \frac{A_2 \eta \mu \Delta \phi}{A_1 + A_2 \sigma \upsilon \nu \Delta \phi}$	<p>Εξίσωση συνισταμένης κίνησης που είναι απλή αρμονική ταλάντωση</p>
$x_1 = A_1 \eta \mu \omega_1 t$ $x_2 = A_2 \eta \mu \omega_2 t$	<p>Δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ιδίου πλάτους, μηδενικής αρχικής φάσης, ίδιας διεύθυνσης, ίδιας θέσης, ισορροπίας και <math>\omega_1 \neq \omega_2</math></p>
$x_{o\lambda} = x_1 + x_2 \Rightarrow$ $x_{o\lambda} = 2 A \sigma \upsilon \nu \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \eta \mu \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$	<p>Εξίσωση συνισταμένης κίνησης (πολύπλοκη)</p>
<p>Αν <math>\omega_1 \approx \omega_2</math>, τότε η συνισταμένη κίνησης <math>x_{o\lambda}(t)</math> είναι περιοδική και παρουσιάζει διακροτήματα</p> <p><math> A'  = 2A \left  \sigma \upsilon \nu \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right </math> : Πλάτος ταλ/σης</p> <p><math>f_\delta =  f_1 - f_2 </math> : Συχνότητα διακροτημάτων (συχνότητα μεταβολής πλάτους)</p> <p><math>\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2}</math> : Συχνότητα συνισταμένης κίνησης</p>	

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΚΥΜΑΤΑ

### ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ

$v = \frac{x}{t}, v = \lambda f$	Ταχύτητα διάδοσης κύματος. Εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.  Ταχύτητα και μήκος κύματος αλλάζουν όταν το κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης.
$\psi = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$	Εξίσωση αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά την θετική φορά του άξονα x'Οx και είναι $\psi_{(0)} = A\eta\mu\omega t$ .
$\psi = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda})$	Εξίσωση αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα x'Οx και είναι $\psi_{(0)} = A\eta\mu\omega t$ .
$\phi = 2\pi(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda})$	Φάση αρμονικού κύματος
$v_M = \omega A \sin \phi$ $a_M = -\omega^2 A \eta\mu \phi$	Εξίσωση ταχύτητας και επιτάχυνσης υλικού σημείου M με τον χρόνο.
$\Delta\phi = \frac{2\pi d}{\lambda}$	Διαφορά φάσης δύο υλικών σημείων του ελαστικού μέσου που απέχουν d την ίδια στιγμή.
$\phi_M > \phi_N$	Η φορά διάδοσης του κύματος είναι από το M προς το N.
$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t$	Διαφορά φάσης του ίδιου υλικού σημείου σε μία χρονική διάρκεια Δt.
$d = k\lambda \Rightarrow \Delta\phi = 2\kappa\pi$	Τα σημεία που απέχουν απόσταση d βρίσκονται σε συμφωνία φάσης
$d = k\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta\phi = 2\kappa\pi + \pi$	Τα σημεία που απέχουν d βρίσκονται αντίθεση φάσης.
$\psi = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\phi_0}{2\pi})$	Εξίσωση κύματος που διαδίδεται κατά την θετική φορά του άξονα x'Οx και είναι $\psi_{(0)} = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$
$\psi = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x-d}{\lambda})$	Εξίσωση κύματος δεξιά της θέσης x=d όπου βρίσκεται πηγή με $\psi_{πηγ} = A\eta\mu\omega t$
$\psi = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d-x}{\lambda})$	Εξίσωση κύματος αριστερά της θέσης x=d όπου βρίσκεται πηγή με $\psi_{πηγ} = A\eta\mu\omega t$
$\psi_M = A\eta\mu(\omega t \pm \Delta\phi)$	Εξίσωση απομάκρυνσης υλικού σημείου M.  $\Delta\phi = 2\pi d/\lambda$ με d η απόσταση του M από το σημείο που πάλλεται με $\psi = A\eta\mu\omega t$



## ΣΥΜΒΟΛΗ ΔΥΟ ΚΥΜΑΤΩΝ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΥΓΡΟΥ

$\psi = A\eta\mu\omega t$	Εξίσωση απομάκρυνσης δύο πηγών $\Pi_1$ και $\Pi_2$ (σύγχρονες πηγές $\Delta\phi_{\text{πηγ}}=0$ )
$\psi_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right)$ $\psi_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)$	Εξίσωση απομάκρυνσης σημείου Σ από κάθε κύμα που δημιουργούν οι πηγές με $r_1$ και $r_2$ οι αποστάσεις του Σ από τις πηγές.
$\psi_{\text{ολ}} = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$	Εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου Σ μετά την συμβολή των παραπάνω κυμάτων.
$ A'  = 2A \left  \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right $	Πλάτος ταλάντωσης του Σ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.
$\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right), \quad \text{αν } \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} > 0$ $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) + \pi, \quad \text{αν } \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} < 0$	Φάση ταλάντωσης του υλικού σημείου Σ λόγω συμβολής.
$ r_1 - r_2  = N\lambda \text{ με } N = 0, 1, 2, \dots \text{ ή}$ $r_1 - r_2 = N\lambda \text{ με } N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$	Σημεία ενισχυτικής συμβολής κυμάτων από σύγχρονες πηγές.  $ A'  = 2A$
$ r_1 - r_2  = N\lambda + \frac{\lambda}{2} \text{ με } N = 0, 1, 2, \dots \text{ ή}$ $r_1 - r_2 = N\lambda + \frac{\lambda}{2} \text{ με } N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$	Σημεία αποσβεστικής συμβολής κυμάτων από σύγχρονες πηγές .  $ A'  = 0$

## ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

$\psi_1 = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ $\psi_2 = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$	Εξισώσεις δύο κυμάτων που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετες κατευθύνσεις
$\psi = 2A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$	Εξίσωση στάσιμου κύματος η οποία προκύπτει από την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων
$ A'  = 2A \left  \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x}{\lambda} \right $	Πλάτος ταλάντωσης υλικού σημείου του ελαστικού μέσου στο οποίο έχει δημιουργηθεί το στάσιμο κύμα
$\phi = \frac{2\pi t}{T} \text{ αν } \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x}{\lambda} > 0$ $\phi = \frac{2\pi t}{T} + \pi \text{ αν } \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x}{\lambda} < 0$	Φύση ταλάντωσης του υλικού σημείου που ανήκει στο στάσιμο κύμα.
$\Delta\phi=0$ ή $\Delta\phi=\pi$	Διαφορά φάσης δύο υλικών σημείων του στάσιμου κύματος.
$x_{\text{κοιλ}} = 2\kappa \frac{\lambda}{4} \text{ με } \kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$	Θέσεις σημείων που πάλλονται με max πλάτος 2A (κοιλίες). Στη θέση x=0 έχουμε κοιλία.
$x_{\text{δεσμ}} = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4} \text{ με } \kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$	Θέσεις σημείων που είναι ακίνητα (δεσμοί). Στη θέση x=0 έχουμε κοιλία.
$\Delta x = \lambda/2$	Απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών ή δύο διαδοχικών κοιλιών.
$\psi_M = 2A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x_M}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$ $v_M = \frac{d\psi_M}{dt} = \omega 2A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x_M}{\lambda} \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi t}{T}$ $\alpha_M = -\omega^2 2A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi x_M}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$	Εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης, υλικού σημείου M. του ελαστικού μέσου στο οποίο έχει δημιουργηθεί το στάσιμο κύμα.
$x_{\text{κοιλ}} = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4} \text{ με } \kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ $x_{\text{δεσμ}} = 2\kappa \frac{\lambda}{4} \text{ με } \kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$	Θέσεις κοιλιών και δεσμών αν στη θέση x=0 έχουμε δεσμό.
$l = N \frac{\lambda}{2}, \text{ με } N=1, 2, 3, \dots$	Μήκος ελαστικού μέσου όταν τα άκρα του είναι ελεύθερα ή κλειστά. N πλήθος δεσμών αν είναι ελεύθερα και N πλήθος κοιλιών αν είναι κλειστά.

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

$c = \lambda f$	Ταχύτητα διάδοσης ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Για το κενό ή τον αέρα $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/sec. Για οποιοδήποτε άλλο μέσο διάδοσης $c < c_0$ .
$E = E_{\max} \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ $B = B_{\max} \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$	Χρονικές εξισώσεις του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου του ηλεκτρομαγνητικού κύματος για πολύ μεγάλες αποστάσεις από την πηγή
$\frac{E}{B} = \frac{E_{\max}}{B_{\max}} = c$	Σχέση των μέτρων των εντάσεων ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου καθώς και σχέση των μέγιστων τιμών τους. Όπου $c$ η ταχύτητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο μέσο διάδοσης.

## ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ

$n = \frac{c}{v} > 1$	Δείκτης διάθλασης οπτικού υλικού $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec και $v$ η ταχύτητα του φωτός στο υλικό.
$\lambda = \frac{\lambda_o}{n}$	Μήκος κύματος μονοχρωματικής ακτίνας όταν από το κενό (μήκος κύματος $\lambda_o$ ) εισέρχεται σε οπτικό υλικό.
$f = \frac{c}{\lambda} = \text{σταθ.}$	Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτίνας δεν μεταβάλλεται όταν αυτή αλλάζει μέσο διάδοσης παρά μόνο η ταχύτητα και το μήκος κύματος αυτής.
$\theta_\alpha = \theta_\tau$	Η γωνία ανάκλασης $\theta_\tau$ είναι ίση με την γωνία πρόσπτωσης $\theta_\alpha$
$n_a \eta \mu \theta_\alpha = n_b \eta \mu \theta_b$	Νόμος Snell $\theta_b$ είναι η γωνία διάθλασης στο μέσο $b$ .
$\eta \mu \theta_{\text{crit}} = \frac{n_b}{n_a}$ αν $n_a > n_b$	Κρίσιμη γωνία. Αν $\theta_\alpha > \theta_{\text{crit}}$ έχουμε ολική ανάκλαση της ακτίνας στο οπτικά πυκνότερο μέσο $a$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

#### ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

$\vec{a}_{cm} = \sigma \tau \alpha \theta.$ $v_{cm} = v_{o,cm} \pm a_{cm} t$ $\Delta S_{cm} = v_{o,cm} t \pm \frac{1}{2} a_{cm} t^2$	Εξισώσεις ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης
$\omega = \frac{d\theta}{dt}$ γωνιακή ταχύτητα $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$ γωνιακή επιτάχυνση $dS = R.d\theta$	Σε άξονες θ-t: κλίση= ω Σε άξονες ω-t: εμβαδόν= Δθ  Σε άξονες ω-t: κλίση= α <sub>γων</sub> Σε άξονες α <sub>γων</sub> -t: εμβαδόν= Δω  μήκος τόξου
$\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \sigma \tau \alpha \theta.$ $\omega = \omega_o \pm \alpha_{\gamma\omega\nu} t$ $\Delta\theta = \omega_o t \pm \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2$ $N = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$	Εξισώσεις ομαλά μεταβαλλόμενης περιστροφικής κίνησης  Αριθμός περιστροφών
$v_{\gamma\rho} = \omega R$ $a_{\varepsilon\pi} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R$ $\alpha_{\kappa} = \frac{v_{\gamma\rho}^2}{R} = \omega^2 R$ $a_{o\lambda} = \sqrt{\alpha_{\kappa}^2 + a_{\varepsilon\pi}^2}$	Οι τύποι αναφέρονται σε υλικό σημείο στερεού σώματος που απέχει R από τον άξονα περιστροφής του
$\vec{v} = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho}$ $\vec{\alpha} = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{\varepsilon\pi} + \vec{\alpha}_{\kappa}$	Ταχύτητα και επιτάχυνση υλικού σημείου στερεού σώματος που εκτελεί σύνθετη κίνηση
$v_{cm} = \omega R$ $a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} R$	Κύλιση τροχού ακτίνας R χωρίς ολίσθηση
$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{S_{cm}}{2\pi R}$	Αριθμός περιστροφών τροχού για κύλιση χωρίς ολίσθηση
$v = 2v_{cm}, \alpha = 2\alpha_{cm}$ $v = 0, \alpha = 0$	Ταχύτητα και εφαπτομενική επιτάχυνση ανώτερου και κατώτερου σημείου τροχού που κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει

#### ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

$\tau = Fl$	Μέτρο ροπής δύναμης ως προς άξονα περιστροφής η ως προς σημείο. Ο μοχλοβραχίονας της δύναμης είναι $l$ .
$\tau = Fd$	Μέτρο ροπής ζεύγους δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου των δυνάμεων ( $F$ : το μέτρο κάθε δύναμης, $d$ : η απόστασή τους)
$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma \tau_{(P)} = 0$	Συνθήκες ισορροπίας αρχικά ακίνητου στερεού σώματος. (P) είναι άξονας κάθετος στο επίπεδο των ομοεπίπεδων δυνάμεων.  $T < \mu_s N$ αν πρόκειται για ελεύθερο στερεό.
$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots$	Ορισμός ροπής αδράνειας στερεού σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του
$I_p = I_{cm} + Md^2$	Ροπή αδράνειας στερεού σώματος ως προς άξονα P ο οποίος είναι παράλληλος στον άξονα που περνάει από το cm του στερεού και $d$ η απόσταση των δυο παράλληλων αξόνων
$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_{cm}, m = \text{σταθ.}$ $\Sigma \vec{\tau}_{\alpha\xi} = I_{\alpha\xi} \vec{\alpha}_{γων}, I = \text{σταθ.}$	Θεμελιώδης νόμος μηχανικής για τη μεταφορική και την περιστροφική κίνηση στερεού σώματος
$\Sigma F_y = 0$ $\Sigma F_x = ma_{cm}$ $\Sigma \tau_{cm} = I_{cm} a_{γων}$	Για ευθύγραμμη κίνηση του cm του στερεού σώματος  $T < \mu_s N$ (για κύλιση χωρίς ολίσθηση)
$\Sigma \tau_{\alpha\xi} = I_{\alpha\xi} \alpha_{γων}$ $\Sigma F_{\alpha\kappa\tau\iota\nu} = ma_{\kappa\epsilon\nu\tau\epsilon\mu}$ $\Sigma F_{\epsilon\phi\alpha\pi\tau} = ma_{\epsilon\pi\iota\tau\epsilon\mu}$	Για κυκλική κίνηση του cm του στερεού.

### ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

$L = mvr = mr^2\omega$	Μέτρο στροφορμής υλικού σημείου μάζας $m$ ως προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς ακτίνας $r$ την οποία διαγράφει
$L_{\alpha\xi} = I_{\alpha\xi} \omega$	Μέτρο στροφορμής στερεού σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του
$\vec{L}_{\sigma\upsilon\sigma} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \dots$	Στροφορμή συστήματος σωμάτων ως προς τον άξονα περιστροφής τους
$\frac{d\vec{L}}{dt} = \Sigma \vec{\tau}$	Γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της στροφικής κίνησης για ένα σώμα
$\frac{d\vec{L}_{\sigma\upsilon\sigma}}{dt} = \Sigma \vec{\tau}_{\epsilon\xi}$	Γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της στροφικής κίνησης για σύστημα σωμάτων
$\vec{L}_{\sigma\omega\mu} = \text{σταθ. αν } \Sigma \vec{\tau} = \vec{0}$	Αρχή διατήρησης στροφορμής για ένα σώμα.
$\vec{L}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \text{σταθ. αν } \Sigma \vec{\tau}_{\epsilon\xi} = \vec{0}$	Αρχή διατήρησης στροφορμής για ένα σύστημα σωμάτων.
$\Delta \vec{L} = \vec{L}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \Sigma(\vec{\tau} \cdot \Delta t)$	Μεταβολή στροφορμής.

$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{\vec{L}_{\text{τελ}} - \vec{L}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$	Ισχύει αν $\Sigma \vec{\tau} = \text{σταθ.}$ Διαφορετικά, το πηλίκο $\frac{\vec{L}_{\text{τελ}} - \vec{L}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$ μας δίνει τη μέση συνολική ροπή ή το μέσο ρυθμό μεταβολής της στροφορμής.
--	--

## ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$K_{\text{μετ}} = \frac{1}{2} m v_{\text{cm}}^2, K_{\text{περ}} = \frac{1}{2} I_{\alpha\zeta} \omega^2$ $K_{\text{ολ}} = K_{\text{μετ}} + K_{\text{περ}} = \frac{1}{2} m v_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2} I_{\text{cm}} \omega^2$	Κινητική ενέργεια στη μεταφορική κίνηση, στην περιστροφική κίνηση και κινητική ενέργεια στη σύνθετη κίνηση.
$W = \pm \tau \cdot \theta$	Έργο δύναμης που προκαλεί σταθερή ροπή. Το (+) όταν προκαλεί αύξηση στην κινητική ενέργεια και το (-) όταν προκαλεί ελάττωση.
$P = \pm \tau \cdot \omega$	Στιγμιαία ισχύς δύναμης που προκαλεί ροπή τ.
$\bar{P} = \frac{W}{t}$	Μέση ισχύς δύναμης σε χρονική διάρκεια t. Η μέση ισχύς ταυτίζεται με τη στιγμιαία αν η στιγμιαία είναι σταθερή.
$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W$	Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας.
$E_{\text{μηχ.αρχ.}} = E_{\text{μηχ.τελ.}}$ $E_{\text{μηχ.}} = K_{\text{μετ.}} + K_{\text{περ.}} + U$	Θεώρημα διατήρησης μηχανικής ενέργειας. Ισχύει όταν τα έργα των μη συντηρητικών δυνάμεων είναι μηδέν.
$\frac{dK_{\text{μετ}}}{dt} = \pm F_{\text{ολ.χ}} v_{\text{cm}}$ $\frac{dK_{\text{περ}}}{dt} = \pm \tau_{\text{ολ.}}$ $\frac{dK_{\text{ολ}}}{dt} = \frac{dK_{\text{μετ}}}{dt} + \frac{dK_{\text{περ}}}{dt}$	Ρυθμοί μεταβολής κινητικής ενέργειας λόγω ευθύγραμμης μεταφορικής κίνησης,  λόγω περιστροφικής κίνησης και  λόγω της σύνθετης κίνησης.
$\frac{dE_{\text{μηχ}}}{dt} = \frac{dW_F}{dt}, F$ μη συντηρητική δύναμη	Ρυθμός μεταβολής μηχανικής ενέργειας.
$\frac{dK_{\text{ολ}}}{dt} = -\frac{dU}{dt}$	Ισχύει όταν διατηρείται η μηχανική ενέργεια
$\frac{dU}{dt} = -F_{\text{συντηρ.}} v_{\text{cm}} \sin \phi$	Ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας  φ: γωνία των $\vec{F}_{\text{συντηρ.}}, \vec{v}_{\text{cm}}$
$W_B = \pm mgh, \vec{g} = \text{σταθ.}$	Έργο βάρους με h υψομετρική διαφορά αρχικής και τελικής θέσης του cm.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΚΡΟΥΣΕΙΣ

$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma \vec{F}$ $\vec{P}_{\text{τελ}} - \vec{P}_{\text{αρχ}} = \Sigma(\vec{F} \cdot \Delta t)$	Ρυθμός μεταβολής της ορμής και μεταβολή της ορμής του σώματος.
$\vec{P}_{ολ} = \sigma \tau \alpha \theta.$	Αρχή διατήρησης ορμής για μονωμένο σύστημα σωμάτων, ισχύει και για κάθε κρούση.
$\vec{P}_{ολ, \pi ρ ι ν} = \vec{P}_{ολ, μ ε τ ά}$ $K_{ολ, \pi ρ ι ν} = K_{ολ, μ ε τ ά}$	Ισχύουν για κάθε ελαστική κρούση.
$E_{α π ώ λ} = Q = K_{ολ, \pi ρ ι ν} - K_{ολ, μ ε τ ά}$	Απώλεια ενέργειας σε κάθε μη ελαστική κρούση.
$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$ $v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$	Αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων μετά την μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών.
$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_1$ $v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$	Αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων μετά την μετωπική ελαστική κρούση της σφαίρας $m_1$ με την ακίνητη σφαίρα $m_2$ .
$v_1' = -v_1 \text{ και } v_2' = 0$	Αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της σφαίρας $m_1$ μετά την μετωπική ελαστική κρούση της με πολύ μεγαλύτερη ακίνητη μάζα $m_2$ .
$\frac{K_{ολ, \pi ρ ι ν} - K_{ολ, μ ε τ ά}}{K_{ολ, \pi ρ ι ν}} \cdot 100\%$	Ποσοστό απώλειας ενέργειας σε κάθε ανελαστική κρούση.

## ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

$f_s, \lambda, T$	Συχνότητα, μήκος κύματος και περίοδος των ηχητικών κυμάτων που εκπέμπει η πηγή S.
$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f_s$	Ταχύτητα ήχου ως προς τον ακίνητο αέρα.
$v_{\eta\chi, A}$	Ταχύτητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής A.
$\lambda_A$	Το μήκος κύματος των ηχητικών κυμάτων που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής A.
$f_A = \frac{v_{\eta\chi, A}}{\lambda_A}$ με $\vec{v}_{\eta\chi, A} = \vec{v} - \vec{v}_A$	Συχνότητα ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής A.

## Περιπτώσεις

$\lambda_A = \lambda$ $v_{\eta\chi, A} = v$ $f_A = f_s$	Ισχύουν όταν $v_A = v_s = 0$ ή όταν $\vec{v}_A = \vec{v}_s$
$\lambda_A = \lambda$ $v_{\eta\chi, A} = v \pm v_A$ $f_A = \frac{v \pm v_A}{v} f_s$	<p>Ο παρατηρητής κινείται με ταχύτητα <math>v_A</math> στην ίδια ευθεία με την ακίνητη πηγή.</p> <p>Το (+) όταν πλησιάζει ο παρατηρητής και το (-) όταν απομακρύνεται ο παρατηρητής.</p>
$\lambda_A = \lambda \mp v_s T$ $v_{\eta\chi, A} = v$ $f_A = \frac{v}{v \pm v_s} f_s$	<p>Η πηγή κινείται με ταχύτητα <math>v_s</math> στην ίδια ευθεία με ακίνητο παρατηρητή.</p> <p>Το (+) όταν η πηγή απομακρύνεται και το (-) όταν η πηγή πλησιάζει.</p>
$f_A = \frac{v \pm v_A}{v \mp v_s} f_s$	Παρατηρητής A και πηγή S κινούνται στην ίδια ευθεία με ταχύτητες $v_A$ και $v_s$
$f_A > f_s$ και $f_A < f_s$	Όταν η απόσταση πηγής- παρατηρητή μικραίνει και όταν η απόσταση πηγής – παρατηρητή αυξάνει αντίστοιχα