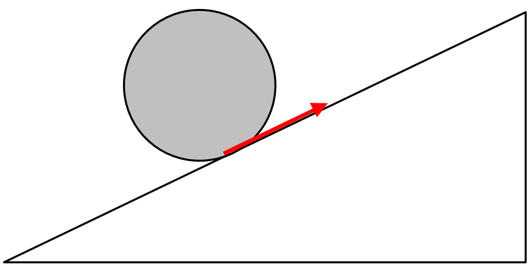
Επισημάνσεις της τελευταίας στιγμής και καλή επιτυχία.

Τέτοια ώρα τέτοια λόγια έλεγε η γιαγιά μου. Και δεν είναι μόνο το «βεβιασμένο» της συμβουλευτικής ανάρτησης. Είναι και η αντιπάθειά μου προς συνταγές , μεθοδολογίες , συστήματα , τυποποιήσεις και κόλπα που οι μαθητές νομίζουν ότι είναι πανάκεια.
Αν σου πω ότι θα σου μάθω ένα κόλπο με το οποίο θα νικήσεις τον πρωταθλητή πυγμαχίας θα με πιστέψεις ; Γιατί με πιστεύεις όταν σου λέω ότι με τη μεθοδολογία μου θα λύνεις κάθε άσκηση;
Τέλος πάντων κάποιες επισημάνσεις που δεν θα μάθουν Φυσική σε υποψηφίους αλλά ελπίζω ή να βοηθήσουν ή να παραμείνουν αχρείαστες.

ΣΤΟ ΣΤΕΡΕΟ.

1. Η τριβή αντιτίθεται στην κίνηση;

Είναι με άλλα λόγια κάτι σαν την αντίσταση του αέρα που πάντοτε είναι αντίθετη στην ταχύτητα ; Αυτό το πάντοτε αρέσει πολύ. Θυμίζει μαγειρική συνταγή όπου ακολουθώντας τυφλά οδηγίες … Αλλά είναι έτσι;

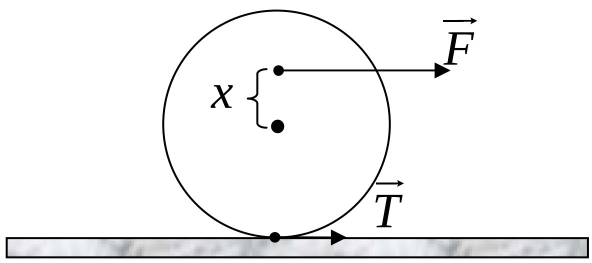


Στις Εξετάσεις του 2004 μια σφαίρα ανέβαινε σε κεκλιμένο επίπεδο.
Πολλοί μαθητές έβαλαν την τριβή αντίθετη της ταχύτητας και η άσκηση λύθηκε λανθασμένα.
Στην πορεία δεν προέκυψε αρνητικό πρόσημο ώστε να αρθεί το λάθος.
Η τριβή είναι όπως στο σχήμα μια και πρέπει να μειώνεται η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας. Η τριβή έχει ενίοτε αντιφατικό ρόλο. Επιταχύνει τη μια κίνηση και επιβραδύνει την άλλη.
Εξακολουθώντας να αντιπαθώ τις συνταγές θα έλεγα ότι «η τριβή δείχνει προς τα πάνω» είτε ανεβαίνει είτε κατεβαίνει αρκεί οι δυνάμεις να είναι αυτή , το βάρος και η κάθετη αντίδραση.

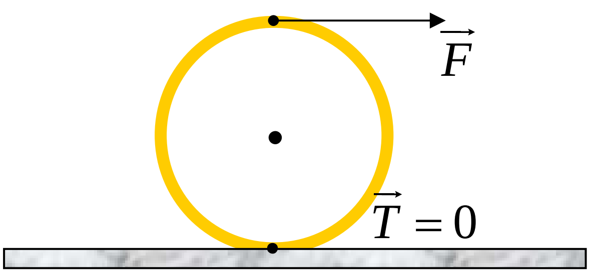
Εδώ (περίπτωση συμπαγούς κυλίνδρου) η τριβή είναι όπως σχεδιάστηκε αν $x > \frac{R}{2}$.

Είναι μηδέν αν $x = \frac{R}{2}$

και έχει αντίθετη φορά αν $x < \frac{R}{2}$



.
Έχει δε πάντοτε αντίθετη φορά αν η F ασκείται κάτω από το κέντρο.

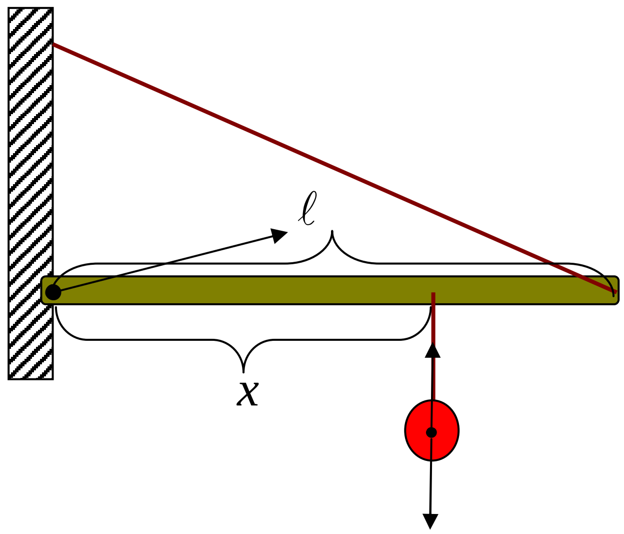


Στην περίπτωση του στεφανιού του σχήματος η τριβή είναι μηδέν.

Αυτονόητο το ότι όλα αυτά πρέπει να αποδειχτούν.

2. Κάποιες φορές σε άσκηση στερεού υπάρχει ένα πρώτο ερώτημα στατικής. Εκεί ζητείται ο υπολογισμός κάποιων δυνάμεων.

Επί παραδείγματι:



Να βρείτε τις τάσεις των νημάτων και την δύναμη της άρθρωσης.

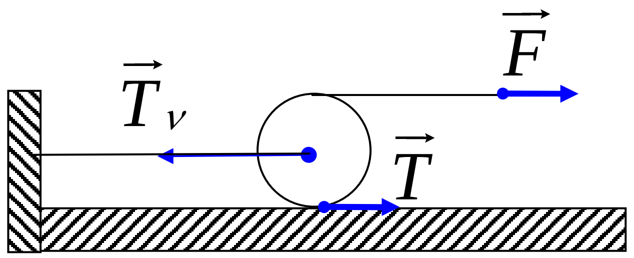
Η τάση του νήματος από το οποίο κρέμεται το κόκκινο σώμα υπολογίζεται ως ίση με το βάρος του εν λόγω σώματος.

Αν κοπεί το νήμα όμως;

Αποδεικνύεται ότι η τάση του νήματος είναι μηδέν αν $x=\frac{2\ell}{3}$.

Αυτό και μόνο σημαίνει ότι αν, όταν κοπεί το νήμα, θεωρήσουμε την τάση του νήματος όση και στο προηγούμενο ερώτημα χάσαμε.

Άλλο παράδειγμα:



Αν $F=3N$ και το σώμα ισορροπεί βρίσκουμε από $\sum\tau=0$ ότι $T=3N$

και από $\sum F=0$ ότι $T_\nu=6N$.

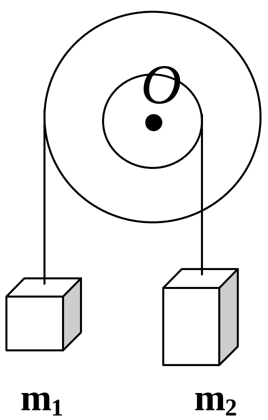
Όταν όμως κόβεται το νήμα τότε ….

Αν θέλοντας να υπολογίσετε την επιτάχυνση βάλετε $T=3N$ θα κάνετε λάθος.

Αποδεικνύεται ότι αν πρόκειται για συμπαγή κύλινδρο $T=1N$.

3. Τα σώματα της άσκησης δεν μετατοπίζονται πάντοτε εξ ίσου.

Παράδειγμα 1.



Ο λόγος των ακτίνων είναι 3.

Δεν είναι δεδομένο ότι θα κατέβει το βαρύτερο. Θα κατέβει αυτό του οποίου το βάρος παρουσιάζει μεγαλύτερη ροπή ως προς το Ο.

Έστω ότι κατεβαίνει το m_1 κατά 3 m. Το m_2 θα ανέβει κατά 1 m.

Πως θα το δείξετε;

Ένας τρόπος είναι να πείτε ότι οι δυο κύλινδροι έχουν κοινή γωνιακή επιτάχυνση a_γ.

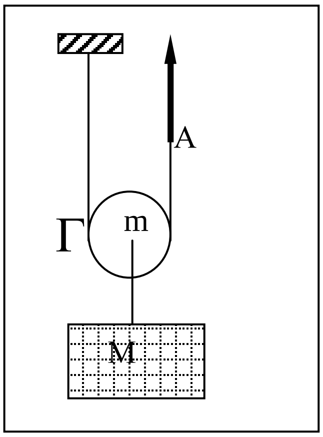
Οι επιταχύνσεις είναι $a_1=a_\gamma R$ και $a_2=a_\gamma r$.

Το 1 έχοντας τριπλάσια επιτάχυνση θα υποστεί 3πλάσια μετατόπιση.

Ένας άλλος τρόπος είναι να πείτε ότι δυο κύλινδροι έχουν κοινή γωνιακή μετατόπιση $\Delta\varphi$.
Οι μετατοπίσεις είναι $\Delta x_1 = \Delta\varphi.R$ και $\Delta x_2 = \Delta\varphi.r$.

Παράδειγμα 2.

Η μετατόπιση του σημείου A είναι διπλάσια από αυτήν της τροχαλίας.

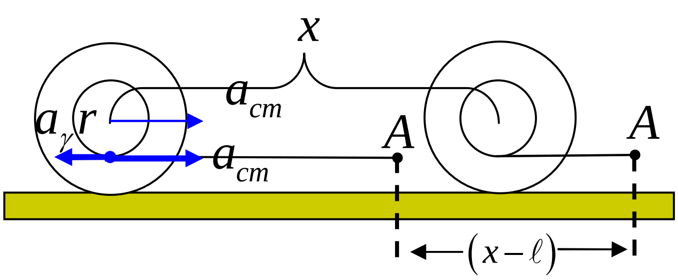


Τούτο εξηγείται εύκολα αν σκεφτούμε ότι τραβώντας σχοινί μήκους L «κονταίνει» κάθε κομμάτι (δεξιά και αριστερά) κατά L/2 οπότε η τροχαλία μετατοπίζεται κατά L/2.

Εξ άλλου επειδή το Γ έχει μηδενική επιτάχυνση (επιτρόχιο) ως εφαπτόμενο με το σχοινί το σημείο A έχει διπλάσια επιτάχυνση από αυτήν του κέντρου της τροχαλίας , εικόνα που συναντήσαμε και στην κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Παράδειγμα 3.

Η μετατόπιση του σημείου A είναι η μισή από αυτήν του κέντρου του γιο-γιο.



$$a_A = a_{cm} - a_\gamma r = a_{cm} - a_\gamma \frac{R}{2} = a_{cm} - \frac{a_{cm}}{2} = \frac{a_{cm}}{2}$$

Έχοντας την μισή επιτάχυνση μετατοπίζεται κατά το ήμισυ.

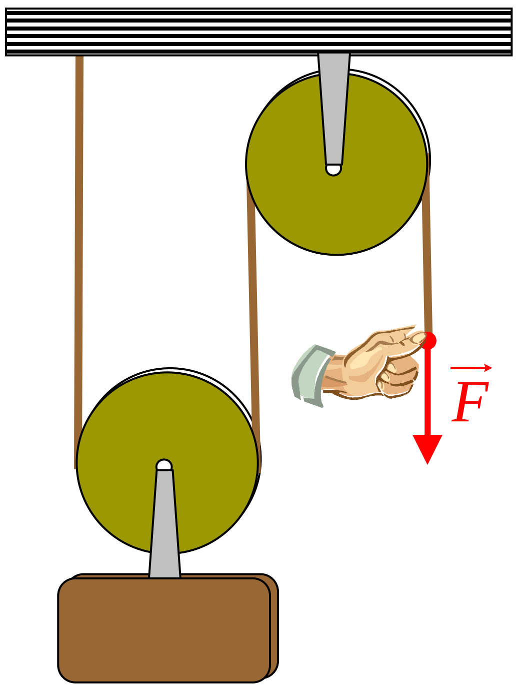
Διαφορετικά:

Έστω φ η γωνιακή μετατόπιση. Τυλίγεται σχοινί μήκους $\ell = r.\varphi = \frac{R}{2}\varphi = \frac{S}{2} = \frac{x}{2}$.

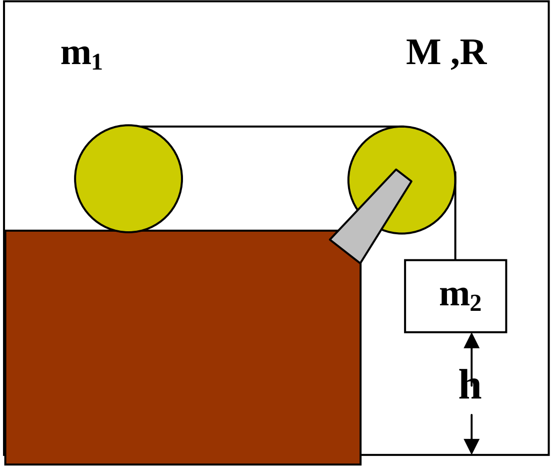
Το A μετατοπίζεται κατά $x - \ell = \frac{x}{2}$.

4. Οι τύποι δεν εφαρμόζονται τυφλά , μηχανικά.
Όχι είδαμε στρογγυλό σώμα και χωρίς σκέψη … $\upsilon = \omega.R$.

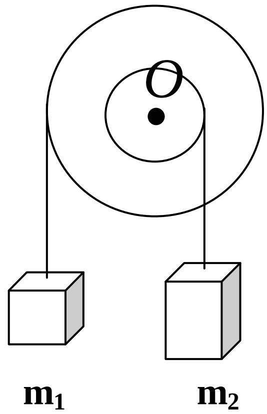
Σε εξεζητημένη άσκηση οι τροχαλίες δεν έχουν ίδιες γωνιακές ταχύτητες.
Στο εικονιζόμενο παράδειγμα η ακίνητη τροχαλία έχει κάθε στιγμή διπλάσια γωνιακή ταχύτητα από την κινητή.



Αν ο τροχός και η τροχαλία έχουν ίδιες ακτίνες τότε η τροχαλία έχει κάθε στιγμή διπλάσια γωνιακή ταχύτητα.
Επίσης η επιτάχυνση του 2 είναι διπλάσια από αυτήν του κέντρου μάζας του 1.
Το τελευταίο το ξέρουμε και από το σχολικό βιβλίο μια και όταν δεν παρατηρείται ολίσθηση το ανώτερο σημείο (άρα και το 2) έχει διπλάσια επιτάχυνση-ταχύτητα- μετατόπιση από το κέντρο μάζας.



5. Καλές οι τσαχπινιές αλλά στις εξετάσεις μπορεί να κοστίσουν.

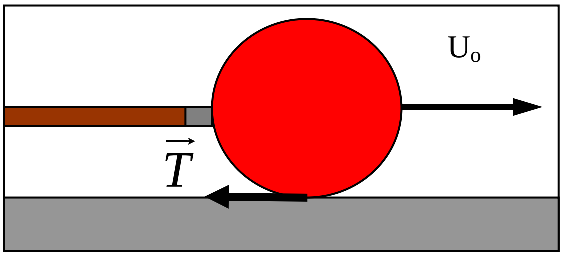


Δυο παραδείγματα.
Πρώτο:
Βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση για την εικονιζόμενη περίπτωση.
Τι θα λέγατε αν αντί να καταλήξετε σε σύστημα εξισώσεων με την κλασική λύση να τελειώσετε με ένα χτύπημα;
Εργαζόμενοι με το σύστημα έχετε:

$$\sum \tau_{\varepsilon\xi} = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} a_\gamma \Rightarrow m_1 gR + m_2 g.r = \left(I + m_1 R^2 + m_2 r^2\right) a_\gamma \Rightarrow a_\gamma = \ldots$$

Τις μάζες τις θεωρήσατε υλικά σημεία τοποθετημένα για μια στιγμή στα σημεία επαφής των νημάτων.
Θα είστε τυχερότατοι αν το γραπτό σας περάσει χωρίς απώλειες.
Θα είστε τυχεροί αν πάει στην αναβαθμολόγηση. Είναι πολύ πιθανόν να μηδενίσουν και οι δύο βαθμολογητές το τμήμα αυτό του προβλήματος.
Θα μου πείτε ότι είναι σωστό επιστημονικά , θα μου πείτε ότι στο βιβλίο του Τιμοσένκο… Άρμεγε λαγούς και κούρευε χελώνες.
Όταν αξιόλογοι συνάδελφοι συζητούν το θέμα (2009 χάριν του 4$^{\text{ου}}$ θέματος) και δεν συμφωνούν εν τέλει …
Καλύτερα την κλασική λύση.

Δεύτερο παράδειγμα:
Αποφασίζουν να βάλουν **<u>για πρώτη φορά</u>** θέμα στο οποίο $\upsilon \neq \omega.R$.
Το πιο κλασικό είναι το:



Μετά το κεντρικό χτύπημα η μπάλα του μπιλιάρδου αποκτά ταχύτητα υ_o και μηδενική γωνιακή ταχύτητα.
Ποια είναι η τελική ταχύτητα της μπίλιας;

Κλασική λύση:
Η τριβή είναι $T = \mu.N = \mu mg$ και προσδίδει επιβράδυνση $a = \mu.g$. Ισχύει ότι $\upsilon = \upsilon_o - \mu gt$.
Από την άλλη επιταχύνεται η περιστροφική κίνηση και
$TR = I.a_\gamma \Rightarrow \mu mgR = \frac{2}{5}mR^2 a_\gamma = a_\gamma = \frac{5\mu g}{2R} \Rightarrow \omega = \frac{5\mu g}{2R}t$.
Κάποια στιγμή $\upsilon = \omega.R$ οπότε $\frac{5}{2}\mu gt = \upsilon_o - \mu gt \ldots\ldots \Rightarrow \upsilon = \frac{5}{7}\upsilon_o$.

Τσαχπίνικη λύση:
Η τριβή διέρχεται από το σημείο επαφής οπότε η στροφορμή ως προς το σημείο επαφής διατηρείται και :
$m.\upsilon_o R = m.\upsilon.R + I.\omega \Rightarrow m.\upsilon_o R = m.\upsilon.R + \frac{2}{5}mR^2.\frac{\upsilon}{R} \Rightarrow \upsilon = \frac{5}{7}\upsilon_o$

Πολύ πιο γρήγορη αλλά θα πρότεινα να προτιμήσετε την πρώτη για πολλούς λόγους.

Για λόγους που δεν είναι του παρόντος δεν θα ήθελα να πέσει τέτοια άσκηση.

6. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών.

Όταν ένα σώμα κυλίεται χωρίς ολίσθηση ο λόγος των κινητικών του ενεργειών είναι συνεχώς σταθερός και χαρακτηριστικός του σώματος.
Διότι:

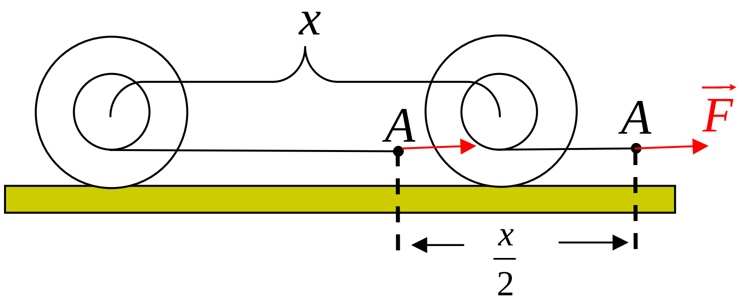
$$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{1}{2}m.\upsilon^2}$$

Επειδή δεν έχω ολίσθηση $\upsilon = \omega.R$ οπότε: $\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{I\omega^2}{m.R^2\omega^2} = \frac{I}{m.R^2}$

Ο λόγος αυτός είναι σταθερός και χαρακτηριστικός του σώματος. Για τη συμπαγή και ομογενή κύλινδρο ,επί παραδείγματι, είναι:

$$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{I}{m.R^2} = \frac{\frac{m.R^2}{2}}{m.R^2} = 0,5$$

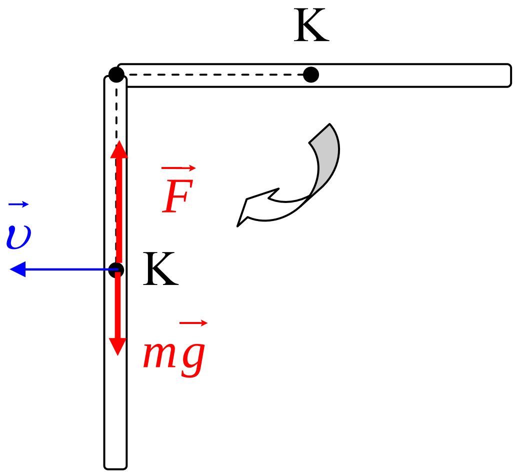
Σαν εφαρμογή:



Παράγεται έργο $W = F\frac{x}{2}$.
Αυτό (αν δεν έχω ολίσθηση) μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια και συγκεκριμένα σε άθροισμα $K_{\pi\varepsilon\rho}$ και $K_{\mu\varepsilon\tau}$.

Γνωρίζω , λοιπόν , το άθροισμα και τον λόγο δύο ποσοτήτων. Τις υπολογίζω.

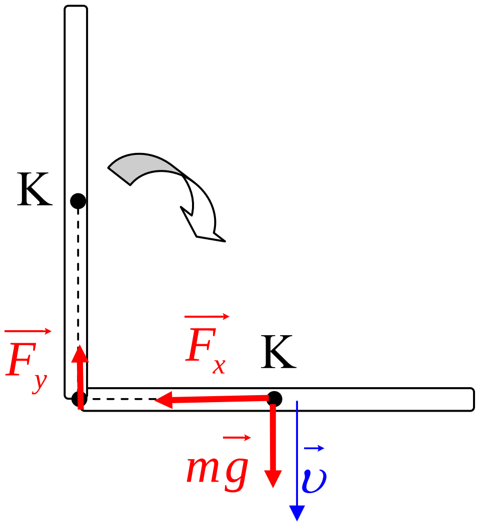
7. Η δύναμη της άρθρωσης.



Με διατήρηση ενέργειας υπολογίζουμε την γωνιακή ταχύτητα ω της ράβδου στην κατώτερη θέση.
Από το ω υπολογίζουμε την ταχύτητα υ_K του μέσου της ράβδου. Έπειτα κεντρομόλος …

$$F - mg = m\frac{\upsilon_K^2}{R} \Rightarrow F = mg + m\frac{\upsilon_K^2}{L/2}$$

Περισσότερο πολύπλοκη είναι η αντίστροφη περίπτωση.



Με διατήρηση ενέργειας βρίσκουμε την ταχύτητα του μέσου Κ και από εκεί:

$$F_x = m\frac{\upsilon_K^2}{R} \Rightarrow F_x = m\frac{\upsilon_K^2}{L/2}$$

Η ροπή του βάρους δίνει την a_γ.

$$mg\frac{L}{2} = I.a_\gamma \Rightarrow ....$$

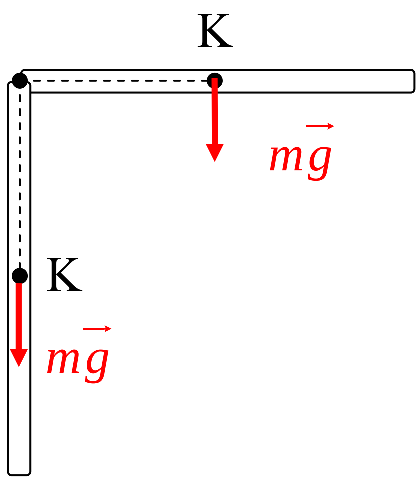
Από αυτήν υπολογίζουμε την επιτάχυνση του Κ.

$$a_K = a_\gamma \frac{L}{2}$$

Τέλος ο 2ος νόμος μας δίνει :

$$m.g - F_y = m.a_K \Rightarrow F_y = ...$$

8. Έργο ροπής



Όχι αποστήθιση τύπων και «ρίχτους στον πίνακα δεδομένων- ζητουμένων».
-Είναι σταθερή η ροπή του βάρους κατά τη μετάβαση από την οριζόντια στην κατακόρυφη θέση;
-Όχι.
-Με ποιο δικαίωμα τότε λες ότι το έργο της ροπής είναι $m.g.\frac{L}{2}.\frac{\pi}{2}$;;;;
Έχεις δει την αποδειξη;

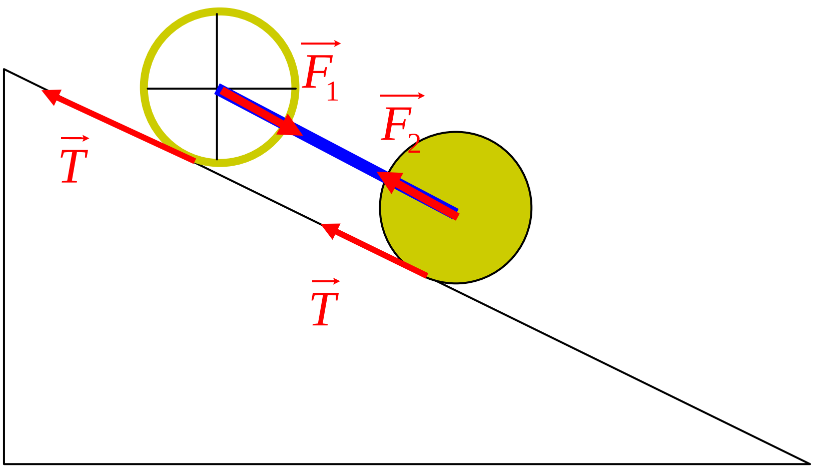
9. Στροφορμή ή έργο;

Τα δελφίνια ζουν στη θάλασσα και τα λιοντάρια στη στεριά (Αισώπειος μύθος).
Έτσι και στον κόσμο της Φυσικής υπάρχουν όντα που προτιμούν το γήπεδο του χρόνου (ορμή, στροφορμή , η άγνωστή σου ώθηση κ.λ.π.) και άλλα που αισθάνονται καλύτερα στο γήπεδο του χώρου όπως το έργο.
Αν λοιπόν σου πουν ότι δύο κύλινδροι ίδιας ακτίνας , αρχικά ακίνητοι ,δέχονται ίδιες δυνάμεις για ίδιο χρόνο τότε ξέρεις ότι αποκτούν ίσες στροφορμές.
Το δείχνεις από:
$\frac{\Delta L}{\Delta t} = F.R \Rightarrow \Delta L = F.R.\Delta t \Rightarrow L = F.R.t$ Που σημαίνει ίσες στροφορμές.

Αν όμως σου πουν ότι δύο κύλινδροι όχι κατ' ανάγκην ίδιας ακτίνας , αρχικά ακίνητοι, τυλίγονται με νήματα ίδιου μήκους που τα τραβάμε με ίδιες δυνάμεις μέχρι να ξετυλιχτούν τότε ξέρεις ότι αποκτούν ίσες κινητικές ενέργειες.
Το δείχνεις από:
$W = F.R.\varphi \Rightarrow \Delta K = F.S \Rightarrow K = F.\ell_{\nu\eta\mu}$
Το τελευταίο θα μπορούσαμε να το πούμε και αμέσως μια και το έργο που προσφέρουμε είναι το γινόμενο της δύναμης επί την μετατόπιση του χεριού μας που ισούται με το μήκος του σχοινιού.

10. Προσοχή στον συμβολισμό.

Ας δούμε το περυσινό πάθημα των μαθητών στο 4^{o} θέμα.



Τα παιδιά σημείωσαν τις δυνάμεις σε κάθε σώμα. Πιθανώς ξεκίνησαν από το επάνω.
Να βάλω τριβή σκέφτονται , βάλε Τ.
Πάμε στο κάτω , και εδώ τριβή , ξαναβάλε Τ.
Δεν αντελήφθησαν ότι έτσι κατεδίκασαν τις τριβές να εξισωθούν ενώ αυτές δεν επιθυμούσαν κάτι τέτοιο. Έπρεπε να βάλουν T_1 και T_2.

Σαν να μην έφτανε αυτό έβαλαν F_1 και F_2 αντί F και F.
Γιατί όμως οι δυνάμεις να είναι ίδιες;
Η διαφορά τους ισούται με τη μάζα της μπλε ράβδου επί την επιτάχυνση. Με τη μάζα της μπλε ράβδου αμελητέα η διαφορά μηδενίζεται.
Αν κάποια στιγμή η ράβδος γίνει αμαξίδιο ; Τότε $F_2 - F_1 = M_{\alpha\mu\alpha\xi}a$.

Προσοχή γιατί το μυαλό παίζει περίεργα παιγνίδια. Όποια μεγέθη συμβολίζονται με το ίδιο σύμβολο ή σχεδιάζονται συμπτωματικά ως ίσα θα εκληφθούν ως ίσα στην πορεία επίλυσης και ….

Κλείνω τα του στερεού ευχόμενος αφ' ενός καλή επιτυχία και αφ' ετέρου να μην βρεθεί κάτι που θα αιφνιδιάσει κάποιον.
Ίσως η καλύτερη συμβουλή θα ήταν να προσέλθετε στις εξετάσεις έχοντας κοιμηθεί καλά. Την παραμονή μην ξενυχτήσετε διαβάζοντας.
Το πρωί κατά την προσέλευση στο εξεταστικό κέντρο συζητήσατε κάτι ευτράπελο άσχετο με τη Φυσική και ευχάριστο. Μακριά από τους ηλίθιους που κυκλοφορούν και κατά την αναμονή διαδίδουν «αποκλειστικές πληροφορίες» για το 4^{o} θέμα και κατά σύμπτωσιν είναι κάτι που κανείς δεν έχει αντιμετωπίσει. Αν μπεις στην αίθουσα με κομμένα πόδια δεν θα σε ωφελήσει το ότι η «αποκλειστική πληροφορία» θα διαψευστεί.

Γιάννης Κυριακόπουλος