

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο: **A.** Να δοθούν οι ορισμοί των εξής εννοιών: Συνάρτηση 1-1, γνησίως αύξουσα συνάρτηση, γνησίως φθίνουσα συνάρτηση. Πότε μια συνάρτηση λέγεται αντιστρέψιμη και πώς ορίζεται η αντίστροφή της;

B. Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μια συνάρτηση η οποία είναι γνησίως μονότονη. Υποθέτουμε ότι

$$f\left(\frac{5x + 3f(x)}{8}\right) = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Να δείξετε ότι $f(x) = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ 2ο: **A.** Έστω $P(x)$ ένα πολυώνυμο και $x_0 \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$$

B. Να υπολογιστούν τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{x^3 + x}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

ΘΕΜΑ 3ο: **A.** Έστω f μια άρτια συνάρτηση, τέτοια ώστε

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 7$$

Να υπολογιστεί η τιμή του ορίου

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$$

B. Να αποδείξετε ότι το όριο $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \epsilon \phi x$ δεν υπάρχει.

ΘΕΜΑ 4ο: **A.** Αν

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [(x^2 + x + 1) f(x)] = 1$$

να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

B. Να αποδείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left| x \eta \mu \frac{1}{x} \right| = 0$$