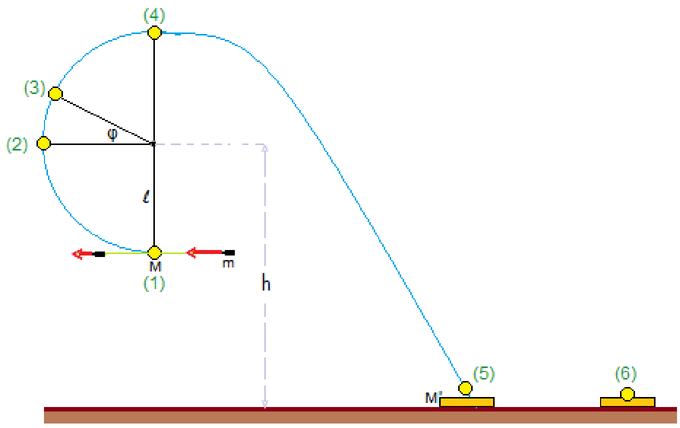
--- Η σφαίρα μάζας M = 8 kg κρέμεται με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους l = 1,6 m από οριζόντιο άξονα που απέχει h = 5,6 m από το έδαφος. Βλήμα μάζας m = 2 kg κινούμενο οριζόντια τρυπά τη σφαίρα ακαριαία και βγαίνει από αυτήν με τη μισή ταχύτητα από όση είχε πριν τη σύγκρουση.

1) Πόση ήταν η ταχύτητα του βλήματος, αν η σφαίρα μόλις καταφέρνει να κάνει ανακύκλωση;

2) Πόση θερμότητα παράχθηκε κατά το πέρασμα του βλήματος μέσα από τη σφαίρα;

3) Να βρεθεί η τάση του νήματος στις θέσεις 1 (πριν και μετά την κρούση), 2 (οριζόντια), 3 (αν φ = 30°) και 4.

4) Πόση είναι η επιτάχυνση της σφαίρας στη θέση 2;



--- Μόλις η σφαίρα φτάνει στο ανώτατο σημείο της τροχιάς της, ακαριαία (με ακτίνα lazer) κόβουμε το νήμα, οπότε η σφαίρα φτάνει στο έδαφος και συγκρούεται ακαριαία και πλαστικά με ακίνητη πλάκα μάζας M' = 12 kg η οποία παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,16.

5) Σε πόση απόσταση από την κατακόρυφη που περνά από το σημείο πρόσδεσης του νήματος βρισκόταν η πλάκα;

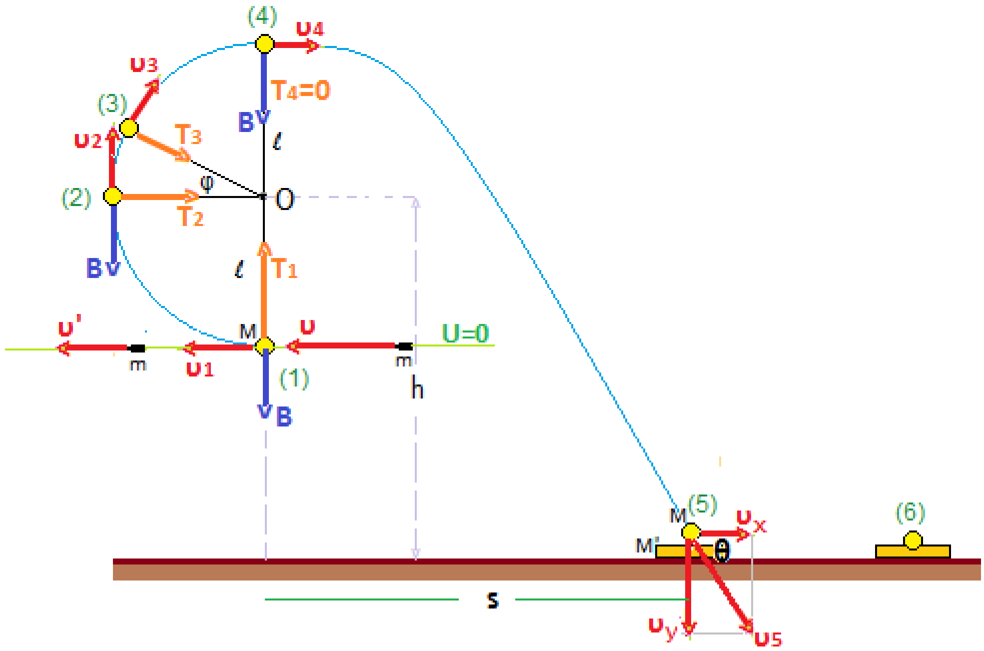
6) Με ποια, κατά μέτρο και κατεύθυνση, ταχύτητα θα συγκρουσθεί η σφαίρα με την πλάκα;

7) Πόση θερμότητα παράχθηκε κατά την πλαστική κρούση;

8) Πόσο μήκος θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος μέχρι να σταματήσει και πόση θερμότητα θα παραχθεί κατά την ολίσθηση αυτή;

<u>ΛΥΣΗ</u>

M = 8kg
l = 1,6m
h = 5,6m
m = 2kg
υ' = υ/2
φ=30°
M' = 12kg
M = 0,16



1) Αφού η σφαίρα μόλις κάνει ανακύκλωση, στην ανώτατη θέση (4) έχει την ελάχιστη δυνατή ταχύτητα $υ_4$ άρα T_4 = 0, επομένως: $F_K = B \Rightarrow \frac{M \cdot υ_4^2}{l} = M \cdot g \Rightarrow υ_4 = \sqrt{g \cdot l} \Rightarrow υ_4 = 4 m/s$

Α.Δ.Μ.Ε. για τη σφαίρα από την αρχική της θέση (1) στην ανώτατη (4):

$$U_1 + K_1 = U_4 + K_4 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}Mυ_1^2 = Mg \cdot 2l + \frac{1}{2}Mυ_4^2 \Rightarrow υ_1 = \sqrt{υ_4^2 + 4gl} = 4\sqrt{5}\, m/s$$

Α.Δ.Ο. για την κρούση (θέση 1) του βλήματος (m) με τη σφαίρα (M):

$$p_{πριν} = p_{μετά} \Rightarrow mυ + 0 = mυ' + Mυ_1 \xrightarrow{υ'=υ/2} υ = \frac{2Mυ_1}{m} \Rightarrow \mathbf{υ = 32\sqrt{5}\, m/s}$$

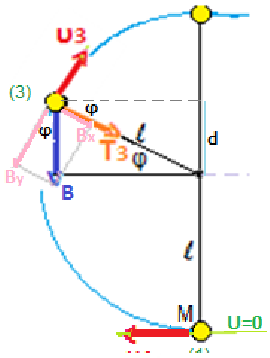
2) $Q_1 = K_{πριν} - K_{μετά} = \left(\frac{1}{2}mu^2 + 0\right) - \left[\frac{1}{2}m\left(\frac{u}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}Mu_1^2\right] \Rightarrow \mathbf{Q_1 = 3520\,J}$

3) Στη θέση (1): Πριν την κρούση για τη σφαίρα: ΣF = 0 => $T_{1,πριν}$ = B = Mg => $\mathbf{T_{1,πριν} = 80\ N}$

Μετά την κρούση: $ΣF_R = F_K \Rightarrow T_1 - B = \frac{Mu_1^2}{l} \Rightarrow T_1 = M\cdot(g + \frac{u_1^2}{l}) \Rightarrow \mathbf{T_1 = 480N}$

Α.Δ.Μ.Ε. (1 -> 2): $U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}Mu_1^2 = Mgl + \frac{1}{2}Mu_2^2 \Rightarrow u_2 = \sqrt{u_1^2 - 2gl} = 4\sqrt{3}\,m/s$

Θέση (2): $ΣF_R = F_K \Rightarrow T_2 = \frac{Mu_2^2}{l} \Rightarrow \mathbf{T_2 = 240N}$ Θέση (3): d = l·ημφ = 0,8 m



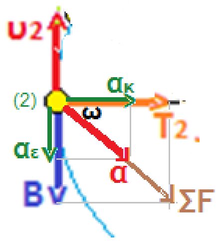
Α.Δ.Μ.Ε. (1 -> 3):

$U_1 + K_1 = U_3 + K_3 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}Mu_1^2 = Mg(l+d) + \frac{1}{2}Mu_3^2 \Rightarrow u_3 = \sqrt{u_1^2 - 2g(l+d)} = 4\sqrt{2}\,m$

Θέση (3): $ΣF_R = F_K \Rightarrow T_3 + B_x = \frac{u_3^2}{l} \Rightarrow T_3 = M\cdot(\frac{u_3^2}{l} - g\cdot ημφ) \Rightarrow \mathbf{T_3 = 216N}$

Θέση (4): $\mathbf{T_4 = 0}$, διότι u_4 η ελάχιστη ταχύτητα ανακύκλωσης.

4) Θέση (2):



$ΣF = \sqrt{T_2^2 + B^2} = 80\sqrt{10}\,N$, $α = \frac{ΣF}{M} \Rightarrow \mathbf{α = 10\sqrt{10}\,m/s^2}$, $εφω = \frac{B}{T_2} \Rightarrow \mathbf{εφω = \frac{1}{3}}$

[Β' τρόπος: κεντρομόλος επιτάχυνση: $α_κ = \frac{u_2^2}{l} = 30\,m/s^2$, επιτρόχια επιτάχυνση:

$α_ε = \frac{B}{M} = g = 10\,m/s^2$, άρα $α = \sqrt{α_κ^2 + α_ε^2} = 10\sqrt{10}\,m/s^2$, $εφω = \frac{α_ε}{α_κ} = \frac{1}{3}$]

5) Από θέση (4) σε θέση (5) οριζόντια βολή. Στον κατακόρυφο άξονα ελεύθερη πτώση:

$h + l = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(h+l)}{g}} \Rightarrow t = 1{,}2\,s$

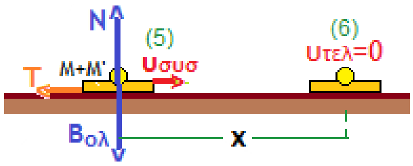
Στον οριζόντιο άξονα Ε.Ο.Κ. με $u_x = u_4$ = 4 m/s, άρα s = u_x·t => **s = 4,8 m**

6) $u_x = u_4$ = 4 m/s , u_y = g·t = 12 m/s , $u_5 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \Rightarrow \mathbf{u_5 = 4\sqrt{10}\,m/s}$, $εφθ = \frac{u_y}{u_x} \Rightarrow \mathbf{εφθ = 3}$

7) Το σύστημα σφαίρα - πλάκα δεν είναι μονωμένο στον κατακόρυφο άξονα, άρα κατά την πλαστική κρούση η ορμή διατηρείται μόνον στον οριζόντιο άξονα. Α.Δ.Ο. (αξ.x):

$p_{x,πριν} = p_{x,μετά} \Rightarrow M\cdot u_x + 0 = (M + M')\cdot u_{συσ} \Rightarrow u_{συσ} = \frac{M\cdot u_x}{M+M'} \Rightarrow$

$\Rightarrow u_{συσ} = 1{,}6\,m/s$



$Q_5 = K_{πριν} - K_{μετά} = \frac{1}{2}Mu_5^2 - \frac{1}{2}(M+M')u_{συσ}^2 \Rightarrow \mathbf{Q_5 = 614{,}4\,J}$

8) Θ.Μ.Κ.Ε. (5→6): ΔΚ = ΣW => $K_{τελ}$ - $K_{αρχ}$ = W_B + W_N + W_T =>

$0 - \frac{1}{2}(M+M')u_{συσ}^2 = 0 + 0 - T\cdot x \Rightarrow \frac{1}{2}(M+M')u_{συσ}^2 = μ(M+M')gx \Rightarrow x = \frac{u_{συσ}^2}{2μg} \Rightarrow \mathbf{x = 0{,}8m}$

$Q_{ολισθ}$ = $|W_J|$ = T·x = μ(M+M')gx => $\mathbf{Q_{ολισθ} = 25{,}6\ J}$