Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ - ΒΑΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ – ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΤΜΗΜΑ: ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ

ΚΑΝΟΝΕΣ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

ΑΠΛΟΣ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ (*ισχύει και για περισσότερα από δύο ενδεχόμενα***):**
Έστω Α, Β δύο **ασυμβίβαστα** μεταξύ τους ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Η πιθανότητα να συμβεί τουλάχιστον ένα από τα δύο ενδεχόμενα είναι ίση με το άθροισμα των πιθανοτήτων τους, δηλαδή: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ
Έστω Α, Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Η πιθανότητα να συμβεί τουλάχιστον ένα από τα δύο ενδεχόμενα είναι ίση με το άθροισμα των πιθανοτήτων τους ελαττωμένη κατά την πιθανότητα να πραγματοποιηθούν συγχρόνως. Δηλαδή:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ΚΑΝΟΝΕΣ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α' ισχύει: $P(A') = 1 - P(A)$.

Αν Α, Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $A \subseteq B$, τότε $P(A) \leq P(B)$

Για δύο ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο Α είναι: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα Α και Β είναι: $P((A-B) \cup (B-A)) = P(A) + P(B) - 2\,P(A \cap B)$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ & ΑΝΙΣΟΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

$$P((A \cup B)') = P(A' \cap B')$$

$$P((A \cap B)') = P(A' \cup B')$$

Προτάσεις που χρησιμοποιούνται για την απόδειξη ανισοτικών σχέσεων στις πιθανότητες:

1. Αν $A \subseteq B$ τότε $P(A) \leq P(B)$.
2. Είναι $A \cap B \subseteq A$ και $A \cap B \subseteq B$ οπότε $P(A \cap B) \leq P(A)$ και $P(A \cap B) \leq P(B)$.
3. Είναι $A \subseteq A \cup B$ και $B \subseteq A \cup B$ οπότε $P(A) \leq P(A \cup B)$ και $P(B) \leq P(A \cup B)$
4. Είναι $A - B \subseteq A$ και $B - A \subseteq B$ οπότε $P(A - B) \leq P(A)$ και $P(B - A) \leq P(B)$.
5. Είναι $A \cap B \subseteq A \cup B$ οπότε $P(A \cap B) \leq P(A \cup B)$.

ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ – ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

- διακριτή τυχαία μεταβλητή

$$E(X) = \sum_{i=1}^{r} x_i f(x_i),$$

- συνεχής τυχαία μεταβλητή

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx,$$

- μεικτή τυχαία μεταβλητή

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Για δύο τυχαίες μεταβλητές X και Y με πεπερασμένη μέση τιμή,

α) Αν η Q παίρνει μόνο μία τιμή, c =σταθερά, και $P(X = c) = 1$, τότε $E(X) = c$.
β) Αν c =σταθερά, τότε η cX έχει πεπερασμένη μέση τιμή, και $E(cX) = cE(X)$.
γ) Η $X + Y$ έχει πεπερασμένη μέση τιμή και $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
δ) Υποθέστε ότι $P(X \geq Y) = 1$. Τότε, $E(X) \geq E(Y)$. Επιπλέον, $E(X) = E(Y)$, αν και μόνο αν $P(X = Y) = 1$.
ε) $|E(X)| \leq E(X)$
στ) $E(XY) = E(X)E(Y)$, αν X και Y είναι δύο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές

ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής ή απλά συνάρτηση κατανομής για μια τυχαία μεταβλητή Χ ορίζεται από τη σχέση

$$F(X) = P(X \leq x)$$

όπου x οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός ($- \infty < x < \infty$). Η συνάρτηση κατανομής μπορεί να υπολογιστεί από την πυκνότητα f, επειδή

$$F(X) = P(X \leq x) = \sum_{u \leq x} f(u)$$

όπου το άθροισμα στο δεξιό μέλος νοείται ως προς όλα τα u για τα οποία $u \leq x$. Αντίστροφα, η πυκνότητα μπορεί να προκύψει από τη συνάρτηση κατανομής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:

1. Βιβλίο [86055461]: Στατιστική: Ανάλυση δεδομένων με χρήση της R, Witte Robert, Witte John, Ανδρουλάκης Γεώργιος, Κουνετάς Κωνσταντίνος, Εκδόσεις Κριτική Α.Ε. , 2019.

2. Βιβλίο [77106795]: Στατιστικές μέθοδοι: Θεωρία και εφαρμογές με χρήση Excel και R, Ιωαννίδης Δημήτριος, Εκδόσεις Τζιόλα & Υιοι Α.Ε., 2018.

3. Βιβλίο [77107287]: Βασικές Αρχές Στατιστικής για Επιχειρήσεις-Έννοιες και Εφαρμογές, Berenson L. Mark, Levine M. David, Szabat A. Kathryn, εκδ. Broken Hill Publishers Ltd, 2018.